**1. Означення множини: відкритої, замкненої, зв’язної, області.**

Множину *D* в R^n називають:

а) *відкритою,* якщо кожна точка цієї множини міститься в D разом з деякою кулею з центром в цій точці;

б) *замкненою*, якщо вона містить всі свої межові точки, тобто ;

в) *зв’язною,* якщо кожні її дві точки можна сполучити ламаною, яка повністю лежить в D;

г) область - це відкрита і зв’язна множина в просторі R^n

**2. Означення просторів: неперервних функцій, неперервно диференційовних функцій.**

1) якщо , то

2) якщо

**3. Що таке ліво- та правостороння похідна?**

Якщо існує скінченна границя , то цю границю називають правосторонньою похідною функції у точці і позначають . (лівостороння прямує до -0).

**4. Яка заміна змінних на площині називається невиродженою?**

є невиродженою =>

**5. Означення того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.**

задовольняє в *D* ум. Л.за змінною *y*, якщо існує таке число L>0, що для всіх виконується нерівність

**6. Теорема про достатні умови того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.**

Якщо функція f(x,y) у випуклій області G має обмежену часткову похідну по y, то .

**Деякі загальні питання теорії диференціальних рівнянь**

**7. Означення диференціального рівняння порядку n.**

Співвідношення вигляду між незалежною змінною х, невідомою функцією y(x) та її похідними до порядку n включно, називається *звичайним диференціальним рівнянням n-го порядку*, якщо похідна дійсно є в рівнянні.

**8. Вигляд диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі.**

Рівняння називається *диференціальним рівнянням 1-го порядку в нормальній формі.*

**9. Що таке розв'язок диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі?**

Нехай D - множина з . Функція , x є <a,b> називається *розв’язком диф. рів. 1-го порядку в нормальній формі* на проміжку <a,b> якщо:

**10. Вигляд диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі.**

Вираз називається *диф. рів. 1-го порядку в симетричній формі.*

**11. Що таке розв'язок диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі?**

Функція , x є <a,b> називається *розвязком диф. рів. 1-го порядку в симетричній формі* на проміжку <a,b> якщо:

**12. Означення загального розв'язку диференціального рівняння першого порядку.**

Однопараметричну сім’ю функцй де параметр С пробігає деяку множину РR, називаємо загальним розв’язком ДР, якщо

1) для всіх С є Р функія є розвязком ДР на

2) для кожного розвязку z ДР існують такі ,   
що z(x) .

**13. Що таке інтеграл диференціального рівняння першого порядку?**

Функцію з областю визначення та множиною значень ^1 називаємо *інтегралом диф. рів.* чи , якщо: 2) рівність неявно задає розвязок на деякому інтервалі .

**14. Означення загального інтегралу диференціального рівняння першого порядку.**

Запис вигляду U(x,y) = C називається загальним інтегралом ДР.

**15. Що таке поле напрямків диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі?**

Нехай - область, - деяка функція. Візьмемо .В кожній точці побудуємо вектор, нахилений під кутом до осі , де . Сукупність таких векторів називається *полем напрямків диф. рів*. .

**16. Що таке поле напрямків диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі?**

Нехай M, N Є C(D). У кожній точці (x, y) Є D побудуємо вектор, нахилений під кутом до осі , де tgякщо N(x,y) != 0, і вертикальний вектор, якщо N(x,y)=0

Сукупність таких векторів назвемо полем напрямків рівняння M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0

**17. Що таке інтегральна крива диференціального рівняння першого порядку?**

Крива q, яка в кожній своїй точці дотикається до відповідного вектора поля напрямків називається інтегральною кривою рівняння.

**Інтегровні типи звичайних диференціальних рівнянь**

**18. Вигляд рівняння на відшукання первісної.**

;

**19. Теорема про вигляд загального розв’язку рівняння на відшукання первісної.**

Якщо , то ф-ла

визначає загальний р-ок р-ня

**20. Означення рівняння з відокремленими змінними.**

Рівняння: K(x)dx + L(y)dy = 0; де називається диф. рівнянням з відокремленими змінними

**21. Теорема про вигляд загального інтегралу рівняння з відокремленими змінними.**

Якщо K Є C(<a, b>), L Є C(<, >), то формула

K()d + L()d = C

де Є<a, b>,Є <, >, а C - довільна стала, задає загальний інтеграл рівняння.

**22. Означення рівняння з відокремлюваними змінними.**

Рівняння, яке можна записати у вигляді:

y’ = f(x)g(y), де x є <a, b>, або

(x)(y)dx + (x)(y)dy = 0, де x є <a, b> та y є<a, b>, називається рівнянням з відокремлюваними змінними (відповідно в нормальній та симетричній формі).

**23. Які рівняння зводяться до рівнянь з відокремлюваними змінними?**

1)

2)

**24. Означення однорідної функції виміру к.**

Функція G = G(x, y) називається однорідною функцією виміру k є R, якщо

G(tx, ty) = G(x, y) для всіх t > 0.

**25. Означення однорідного рівняння.**

Диференціальне рівняня називається однорідним рівняням, якщо його можна перетворити до вигляду y’ = f().

**26.Вигляд рівняння, права частина якого є функцією від дробово-лінійного виразу.**

y’ = f( ( + + )/( + + ) )

**27.Означення узагальнено однорідного рівняння.**

Д.р. y’ = f(x, y) чи M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0 називається узагальнено однорідним диф. р-ням, якщо заміна y(x) z(x), де y = , при деякомузводить це р-ня до однорідного.

**28.Означення рівняння в повних диференціалах.**

Р-ня вигляду M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0, називається р-ням в повних диференціалах, якщо існує така функція u(x,y), що du(x,y) = M(x,y)dx + N(x,y)dy

**29.Теорема про необхідні та достатні умови того, що рівняння є рівнянням в повних диференціалах.**Нехай D = {(x,y)| , }, M, N, , C(D), |M|+|N|>0 в D. Тоді р-няM(x,y)dx + N(x,y)dy = 0, (x, y)D є р-ням в повних диференціалах тоді і тільки тоді коли виконується умова -

**30. Що таке інтегрувальний множник?**

Функція , називається *інтегрувальним множником* для

рівняння , якщо і рівняння

є рівнянням в повних диференціалах.

**32. Означення лінійного рівняння першого порядку**

Д.р. назив *лінійним диференціальним рівнянням першого порядку,* якщо його можна записати у вигляді

**34. Вигляд рівняння Бернуллі**

Диференціальне рівняння називається *рівнянням Бернуллі,* якщо його можна записати у вигляді

де

**35. Сформулюйте закон Мальтуса**

Нехай -*чисельність популяції.* Функція задовільняє *закон Мальтуса*, де - *істинна швидкість збільшення чисельності популяції.*

**36. Вигляд рівняння Фархюльста**

Диференціальне рівняння вигляду , називається *рівнянням Ферхюльста*

**38. Вигляд рівняння балансу доходу економіки.**

, де Y(t) — національний дохід, E(t) — державні витрати, K(t) — норма акселерації, a(t) — коефіцієнт схильності до споживання (0<a(t)<1), а b(t) — автономне (скінченне) споживання.

**41. Зв’язок між струмом і напругою реохорда, котушки і конденсатора.**

Реохорд (металева струна) служить для зміни опору, тобто, для обмеження струму. Зв’язок між I та U: , де - стала (опір реохорда).

Котушка - додатковий опір: , де - стала (індуктивність котушки)

Конденсатор (дві пластини) - це прилад для накопичення електричного заряду. , де - стала (ємність конденсатора).

**Інтегральні рівняння Вольтерра**

**43.Означення інтегрального рівняння Вольтера**

Співвідношення вигляду яке зв’язує незалежну змінну x, невідому функцію та інтеграл від якогось виразу назив р-ям Вольтера 2-го роду.

**44. Що таке розв’язок інтегрального рівняння Вольтерра.**

називається розв’язком інтегрального рівнння Вольтера на , якщо:

; ; ;

**45. Теорема Пікара для інтегральних рівнянь.**

Якщо , то інтегральне р-ня Вольтера має єдиний розв’язок визначений на проміжку .

**46. Формула послідовних наближень розв’язку інтегрального рівняння Вольтерра.**

**Задача Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку, розв’язаного стосовно похідної**

**47. Як ставиться задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі?**

Нехай Задача Коші:  
,

**48. Що таке розв’язок задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі?**

Функція y=наз. розвязком задачі Коші на проміжку <a,b>, якщо:

1)

2)

3)

4)

5)

**49. Лема про зв’язок інтегрального рівняння та задачі Коші для диференціального рівняння.**Якщо , то задача Коші є еквівалентною до інтегрального рівняння .

**50. Теорема Пікара для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.**

Якщо то з. Коші має єдиний розв’язок визначений на деякому де h>0.

**51. Теорема Пеано для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.**

Якщо , то задачі Коші має р-ок визначений на де для

**52. Що таке відрізок Пеано?**

Відрізок де для називається відрізком Пеано для задачі Коші .

**53. Лема Гронуолла-Беллмана.**

Нехай - сталі. Якщо виконується нерівність

то :

**54. Теорема єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.**

Якщо , то задача Коші () не може мати на більше одного розв’язку.

**55. Означення продовження розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння.**

Якщо - розв’язок задачі Коші на , а - розв’язок задачі на і, крім того,

1)

2) ,

то називається продовженням розв’язку вправо.

**56. Означення непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння.**

Функція назив непродовжувальним розвязком задачі Коші, якщо не можна продовжити ні вліво, ні вправо.

**57. Теорема про продовження розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.**

Якщо , то р-ок задачі Кошіможна продовжити на інтервал , який: або -межа області . Аналогічні співвідношення при виконуються і для точки

**58. Теорема про існування непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.**

Якщо , то для кожної точки існує непродовжувальний розв’язок задачі Коші.

**59. Теорема про єдиністьнепродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.**

Якщо , то задача Коші має єдиний непродовжувальний розв’язок.

**Неявні диференціальні рівняння першого порядку**

**60. Що таке неявне диференціальне рівняння 1-го порядку?**

Диференційне рівняння вигляду *F(x,y,y')=0, F cCG, GcR^3* називається неявним д.р.

**61. Означення розв’яку неявного диференціального рівняння 1-го порядку?**

Функція *y=φ(x)* називається розв’язком неявного д.р. *F(x,y,y')=0, F cCG, GcR^3* якщо

1) *φ є C1*(<a,b>) ;

2)*∀x* є *<a,b>:(x,φ(x),φ'(x))* є G;

3)*∀x* є *<a,b>:F(x,φ(x),φ'(x))=0* .

**62. Як ставиться задача Коші для неявного диф.рівняння 1-го порядку?**

Для задачі Коші потрібно задавати такі умови:,також має виконуватися рівність .

**63.Теорема існування та єдиності розв’язку задачі Коші для неявного диф.рівняння 1-го порядку?**

Нехай *)****ϵ G* ,** *F ϵ C(G)* і виконується умови:

1)*,*

2)*,*- неперервні функції в деякому околі точки*)* ;

3)*)≠0* ,

то задача Коші має єдиний розвязок y= *φ(x),*визначений інтервалі де h>0

**64. Що таке звичайні точки неявного диференціального рівняння 1-ого порядку?**

Точки *()*в яких існує єдиний розвязок задачі Коші для *F(x,y,y')=0*, називаються звичайними точками цього рівняння.

**65. Що таке особливі точки неявного диференціального рівняння 1-го порядку?**

Точки площини xOy, в яких порушується єдиність розв’язку задачі Коші.

**66. Що таке особлива інтегральна крива неявного диференціального рівняння 1-го порядку?**

Особлива інтегральна крива - це крива утворена з особливих точок.

**67. Що таке особливий розв’язок неявного диференціального рівняння 1-го порядку?**

Розв’язок неявного ДР , який в кожній своїй точці дотикається до графіка якогось іншого розв’язку цього ж рівняння називається *особливим розв’язком.*

**68. Як знайти дискримінантні криві неявного диференціального рівняння 1-го порядку?**

Щоб знайти криві, потрібно знайти з 1-го рівнняння системи і підставити у 2-ге рівняння цієї системи. Якщо отримана рівність задає на площині хОу якусь криву, то ця крива називається *дискримінантною кривою* рівняння ; вона підозріла на особливий розв’язок.

**69. Загальний вигляд рівняння Лагранжа. У чому полягає особливість цього рівняння?**

. Особливість: розв’язуючи це рівняння за допомогою методу введення параметра, всередині отримаємо просте лінійне рівняння.

**70. Загальний вигляд рівняння Клеро. У чому полягає особливість цього рівняння?**

Особливість: розв’язуючи це рівняння за допомогою методу введення параметра, всередині отримаємо просте лінійне рівняння.